

เฉลยแบบฝึกหัดหน่วยที่ 4 เรื่อง คณิตศาสตร์ลอจิกและแผนผังคาร์โนห์

คำสั่ง จงตอบคำถามต่อไปนี้ให้ถูกต้องที่สุด

1. จงบอกความหมายของวงจรถลอจิกเชิงจัดหมู่ในงานดิจิทัล

ตอบ

วงจรถลอจิกเป็นชั้นหรือวงจรถลอจิกเชิงจัดหมู่ในงานดิจิทัล หมายถึง วงจรที่สถานะของเอาต์พุตขึ้นอยู่กับอินพุตเพียงอย่างเดียว โดยไม่ขึ้นกับสถานะของอินพุตก่อนหน้านั้น

2. การเขียนฟังก์ชันแบบ SOP กับแบบ POS มีข้อแตกต่างกันอย่างไร

ตอบ

ข้อแตกต่างระหว่างการเขียนฟังก์ชันแบบ SOP กับแบบ POS มีข้อแตกต่างดังนี้

1. SOP (Sum of products) เป็นการเขียนสมการจากตารางความจริง ซึ่งเลือกเฉพาะเงื่อนไขที่ทำให้เอาต์พุตเป็นลอจิก 1 โดยบรรทัดนั้น ๆ AND กัน อินพุตที่เป็น 0 ให้ใส่บาร์ และนำเงื่อนไขแต่ละบรรทัด OR กัน
2. POS (products of Sum) เป็นการเขียนสมการจากตารางความจริง ซึ่งเลือกเฉพาะเงื่อนไขที่ทำให้เอาต์พุตเป็นลอจิก 0 โดยบรรทัดนั้น ๆ OR กัน อินพุตที่เป็น 1 ให้ใส่บาร์ และนำเงื่อนไขแต่ละบรรทัด AND กัน

จากตารางจงตอบคำถามข้อ 3-5

| INPUT | | | OUTPUT Y | Minterm (SOP) | Maxterm (POS) |
|-------|---|---|-------------|------------------|------------------|
| C | B | A | | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| 0 | 0 | 1 | 1 | | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | | |
| 1 | 0 | 0 | 1 | | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | | |
| 1 | 1 | 0 | 1 | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | | |

3. จากตาราง จงเขียนฟังก์ชันแบบ SOP และ POS

ตอบ

จากตารางที่กำหนด เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

| INPUT | | | OUTPUT | Minterm | Maxterm |
|-------|---|---|--------|-----------------------------|-------------------------------|
| C | B | A | Y | (SOP) | (POS) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | | $C+B+A$ |
| 0 | 0 | 1 | 1 | $\overline{C}\overline{B}A$ | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | $\overline{C}B\overline{A}$ | |
| 0 | 1 | 1 | 0 | | $C+\overline{B}+\overline{A}$ |
| 1 | 0 | 0 | 1 | $C\overline{B}\overline{A}$ | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | | $\overline{C}+B+\overline{A}$ |
| 1 | 1 | 0 | 1 | $CBA\overline{A}$ | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | CBA | |

สมการแบบ SOP

$$Y = \overline{C}\overline{B}A + \overline{C}B\overline{A} + C\overline{B}\overline{A} + CBA\overline{A} + CBA$$

สมการแบบ POS

$$Y = (C+B+A) \cdot (C+\overline{B}+\overline{A}) \cdot (\overline{C}+B+\overline{A})$$

หรือ

$$Y = (C+B+A)(C+\overline{B}+\overline{A})(\overline{C}+B+\overline{A})$$

4. จากตาราง จงเขียนฟังก์ชันแบบ SOP หรือแบบ POS แล้วใช้พีชคณิตบูลีนสำหรับการออกแบบวงจรให้เหลือวงจรขนาดเล็กที่สุด

ตอบ

$$\begin{aligned} Y &= \overline{C}\overline{B}A + \overline{C}B\overline{A} + C\overline{B}\overline{A} + CBA\overline{A} + CBA \\ &= \overline{C}\overline{B}A + (\overline{C}B\overline{A} + C\overline{B}\overline{A}) + (CBA\overline{A} + CBA) \\ &= \overline{C}\overline{B}A + \overline{A}(\overline{C}B + C\overline{B}) + CB(\overline{A} + A) \\ &= \overline{C}\overline{B}A + \overline{A}(C \oplus B) + CB(1) \\ &= \overline{C}\overline{B}A + \overline{A}(C \oplus B) + CB \end{aligned}$$

5. จากตาราง จงเขียนฟังก์ชันแบบ SOP หรือแบบ POS แล้วใช้แผนผังคาร์โนห์สำหรับการออกแบบวงจรให้เหลือวงจรมินิมอลที่สุด

ตอบ

จากตารางที่กำหนด เลือกใช้แบบ SOP เพราะมีเอาต์พุต 1 มาก ทำให้ใช้ K-map ลดรูปสมการเหลือน้อยที่สุด

| | | CB | | | |
|---|---|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| A | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |

| | | CB | | | | C \bar{A} |
|---|---|----|----|----|----|-------------|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 | |
| A | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | ← |
| | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | ← CB |

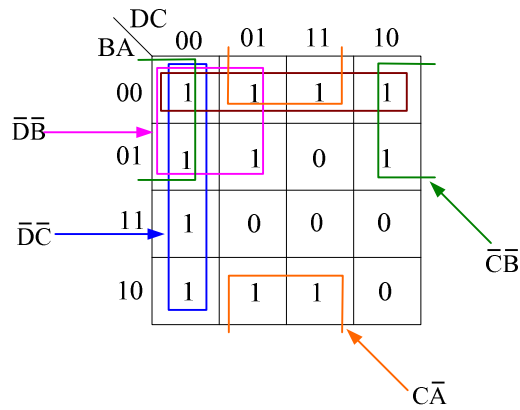
$\bar{B}\bar{A}$ → (green arrow pointing to cell 01,0)
 $\bar{C}\bar{B}A$ → (pink arrow pointing to cell 00,1)
 (blue box around cell 11,1)
 (red box around cells 01,0 and 11,0)

$$Y = \bar{C}\bar{B}A + \bar{B}\bar{A} + C\bar{A} + CB$$

6. จากแผนผังคาร์โนห์ จงเขียนสมการให้มีขนาดเล็กที่สุด แต่วงจรสามารถทำงานได้ปกติ

| | | DC | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | | 00 | 01 | 11 | 10 |
| BA | 00 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 01 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| | 11 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| | 10 | 1 | 1 | 1 | 0 |

ตอบ



เขียนเป็นสมการได้ดังนี้ $Y = \overline{DC} + \overline{DB} + \overline{CA} + \overline{C}\overline{B}$

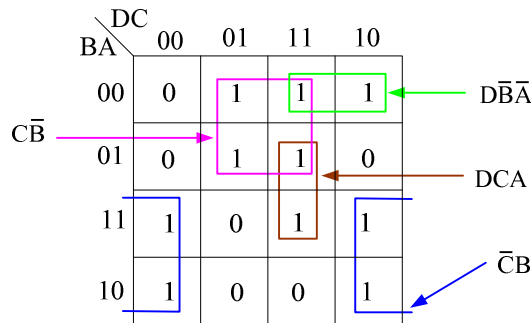
7. จากตาราง จงเขียนสมการแบบ SOP ลงในตาราง และใช้แผนผังคาร์โนห์ลดรูปสมการลอจิกให้สมการเหลือตัวแปรน้อยที่สุด แล้วเขียนเป็นวงจรถลอจิกจากสมการดังกล่าว

| INPUT | | | | OUTPUT | Minterm |
|-------|---|---|---|--------|---|
| D | C | B | A | Y | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{\overline{C}}\overline{B}\overline{A}$ |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{\overline{C}}\overline{B}A$ |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{C}\overline{\overline{B}}\overline{A}$ |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{C}\overline{\overline{B}}A$ |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{\overline{C}}\overline{\overline{B}}\overline{A}$ |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{\overline{C}}\overline{B}\overline{A}$ |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{\overline{C}}\overline{B}A$ |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{C}\overline{\overline{B}}\overline{A}$ |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{C}\overline{\overline{B}}A$ |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | $\overline{\overline{D}}\overline{C}\overline{\overline{B}}A$ |

ตอบ

จากตารางด้านบนเขียนลงในแผนผังคาร์โนห์ได้ดังนี้

| | | DC | | | |
|----|----|----|----|----|----|
| | BA | 00 | 01 | 11 | 10 |
| 00 | | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 01 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 11 | | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 10 | | 1 | 0 | 0 | 1 |



เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$Y = \bar{C}B + C\bar{B} + D\bar{B}\bar{A} + DCA$$

เขียนเป็นวงจรลอจิกได้ดังนี้

